

Regresní modely okolo velkého třesku

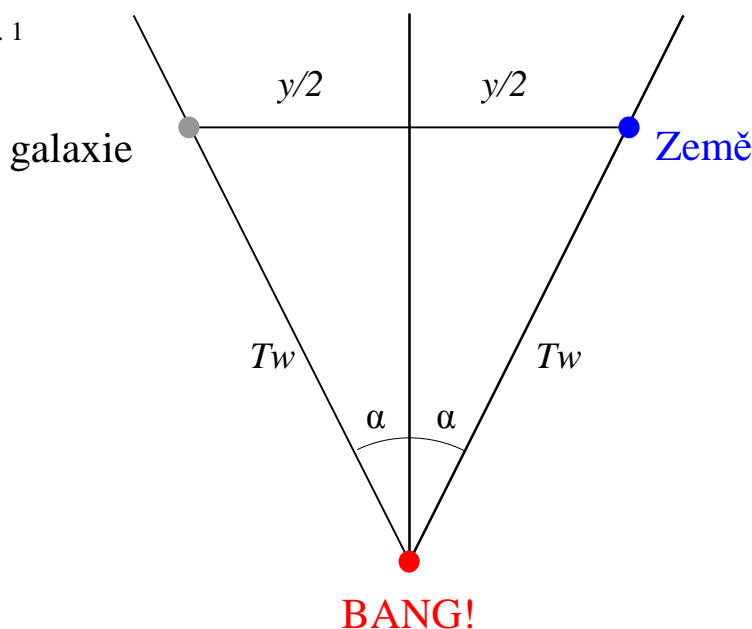
Jiří Mihola

Teorie velkého třesku je dnes považovaná za samozřejmost jak mezi astronomy, tak dokonce i v širší veřejnosti. V knize (Singha, 2007, s.359) je model vesmíru s velkým třeskem pokládán za nejvýznamnější a nejvelkolepější vědecký úspěch 20. století. Pokud vyjdeme z krajně zjednodušené výchozí myšlenky odvození existence velkého třesku v následující podobě: „*Jestliže bylo zjištěno, že se od nás galaxie vzdalují, a to dokonce tím rychleji čím jsou dále, pak se dá předpokládat, že se tak dělo i dříve, a proto muselo být v minulosti vše blíže u sebe a pokud se tak dělo dostatečně dlouho, musel vesmír vzniknout výbuchem z čehosi velmi nepatrného, případně z ničeho.*“, pak není divu, že o této hypotéze pochybuje jen málo kdo. Tato úvaha se zdá být natolik geniálně prostou a logickou, že téměř nezbyvá prostor na nějaké jiné kosmologické vysvětlení vzniku vesmíru než jeho rozvinutí z velmi malého mimořádně horkého a hustého a jen nepatrně nesymetrického počátečního stavu. Jeden z prvních, kdo s takovou představou přišel, byl kritik věčného statického vesmíru Alberta Einsteina Georgese Lemaître, který přišel s představou rozvoje³ vesmíru z prvotního atomu po prolomení jeho rovnováhy. S obdobnou teorií přišel také Alexander Friedmann, jehož vesmír se rozvinul⁴ dokonce z jediného bodu, tj. vlastně z ničeho.

Astronomové začali tyto teorie brát vážně až od roku 1929, kdy Edwin Powell Hubble získal pomocí tehdy největšího dalekohledu světa na hvězdárně Mount Wilson informace o velmi vzdálených galaxiích, které se od nás vzdalují tím rychleji, čím jsou dále. Tento vztah je označován jako Hubbleův zákon $v = H_0 \cdot y$. Podle něj je radiální rychlost vzdalování v kteřekoliv galaxie rovna její vzdálenosti od Země y vynásobené pevným číslem H_0 známým jako Hubbleova konstanta, jejíž převrácená hodnota nás má informovat o stáří vesmíru. K odvození tohoto vztahu z naměřených hodnot vzdáleností galaxií pomocí *cefeid* a rychlostí pomocí *rudých posuvů* byla použita lineární regresní analýza.

Model velkého třesku vychází z představy, že se všechen vesmírný materiál rozletěl z jednoho bodu. Pokud je rychlost tohoto kosmického materiálu w konstantní, můžeme si pohyb galaxií a Země vysvětlit dle obrázku č. 1 převzatého spolu s dalším odvozením z článku Jiřího Anděla (Anděl, 2003, s.12):

Obrázek č. 1



T je doba od velkého třesku,
 y je vzdálenost galaxie a Země
 w je rychlost vzdalování Země od místa velkého třesku
 v je rychlost vzdalování galaxie od Země

³ Viz (Singh, 2007, s.126)

⁴ Tamtéž (Singh, 2007, s.122)

Úhel α je dán vztahem $\sin \alpha = \frac{y/2}{Tw}$, takže pro vzdálenost galaxie od Země platí $y = 2Tw \sin \alpha$. V čase $T+t$ platí pro vzdálenost $y = 2(T+t)w \sin \alpha$. Pro rychlost, s kterou se vzdalují, platí:

$$v = \frac{2(T+t)w \sin \alpha - 2Tw \sin \alpha}{t} = 2w \sin \alpha$$

Za těchto podmínek lze odvodit vztah $\mathbf{y} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{v}$

Směrnice T této přímky by měla odpovídat stáří vesmíru. Pro její zjištění byla aplikována lineární regresní analýza na údaje⁵ o vzdálenostech a radiálních rychlostech galaxií vůči Zemi. Údaje za 24 galaxií z kterých vycházel Hubble při odvození svého zákona jsou v tabulce č. 1. Pokus o proložení přímky těmito body o souřadnicích odpovídajících naměřeným hodnotám je zachycen následujícími bodovými grafy doplněnými regresními přímkami nebo křivkami. Data mají zjevně observační povahu.

Tabulka č. 1 Výchozí údaje o rychlostech a vzdálenostech galaxií pro odvození Hubbleova zákona naměřené v roce 1929.

p.č.	galaxie	radiální rychlost ⁶		vzdálenost Mpc	p.č.	galaxie	radiální rychlost		vzdálenost Mpc
		km s ⁻¹	Mpc rok ⁻⁹				km s ⁻¹	Mpc rok ⁻⁹	
1	S.Mag	170	0,174	0,032	13	NGC 3627	650	0,665	0,900
2	L.Mag	290	0,297	0,034	14	NGC 4626	150	0,153	0,900
3	NGC 6822	-130	-0,133	0,214	15	NGC 5236	500	0,512	0,900
4	NGC 598	-70	-0,072	0,263	16	NGC 1068	920	0,941	1,000
5	NGC 221	-185	-0,189	0,275	17	NGC 5055	450	0,460	1,100
6	NGC 224	-220	-0,225	0,275	18	NGC 7331	500	0,512	1,100
7	NGC 5457	200	0,205	0,450	19	NGC 4258	500	0,512	1,400
8	NGC 4736	290	0,297	0,500	20	NGC 4151	960	0,982	1,700
9	NGC 5194	270	0,276	0,500	21	NGC 4382	500	0,512	2,000
10	NGC 4449	200	0,205	0,630	22	NGC 4472	850	0,870	2,000
11	NGC 4214	300	0,307	0,800	23	NGC 4486	800	0,819	2,000
12	NGC 3031	-30	-0,031	0,900	24	NGC 4649	1090	1,115	2,000

Pramen: časopis Statistika č. 2/2003 s. 11

Poznámka: Vzdálenosti je uvedeny v Mpc a rychlost v km s⁻¹ a také v Mpc rok⁻⁹

Při použití klasické lineární a regresní analýzy záleží na tom, kterou ze zkoumaných veličin považujeme za závisle proměnnou a vynášíme ji na ose y a kterou za nezávisle proměnnou a vynášíme ji na ose x. Z věcného hlediska nelze určit, která z proměnných je závislá na druhé proměnné. Vzhledem k tomu, že v klasické regresní analýze se odchylky měří pouze na závisle proměnné, je vhodné zvolit za závisle proměnnou vzdálenosti y, neboť právě u nich se předpokládají podstatně větší měřicí chyby. Stáří vesmíru je pak přímo směrnice přímky T (*v mld.let*), nikoliv její převrácená hodnota, jako by to bylo ve funkci inverzní, která odpovídá Hubbleovu zákonu. Výsledky regresní analýzy se podle volby závisle proměnné liší a je otázkou, jestli nepoužít ortogonální regresi.

Graf č. 1 ukazuje výsledky lineární regrese. Červená přímka klasické lineární regrese zjevně neprochází počátkem souřadnic, neboť absolutní člen nabývá hodnoty 0,4 Mpc. Stáří vesmíru dané sklonem této regresní přímky by bylo poměrně malé, vychází na 1,34 mld. let (Hubbleova konstanta by měla hodnotu⁷ $H_0 = 714$). Korelační

⁵ V tabulce jsou rychlosti uváděny v km s⁻¹ a také v Mpc rok⁻⁹. Vzdálenosti v Mpc (megaparsek).

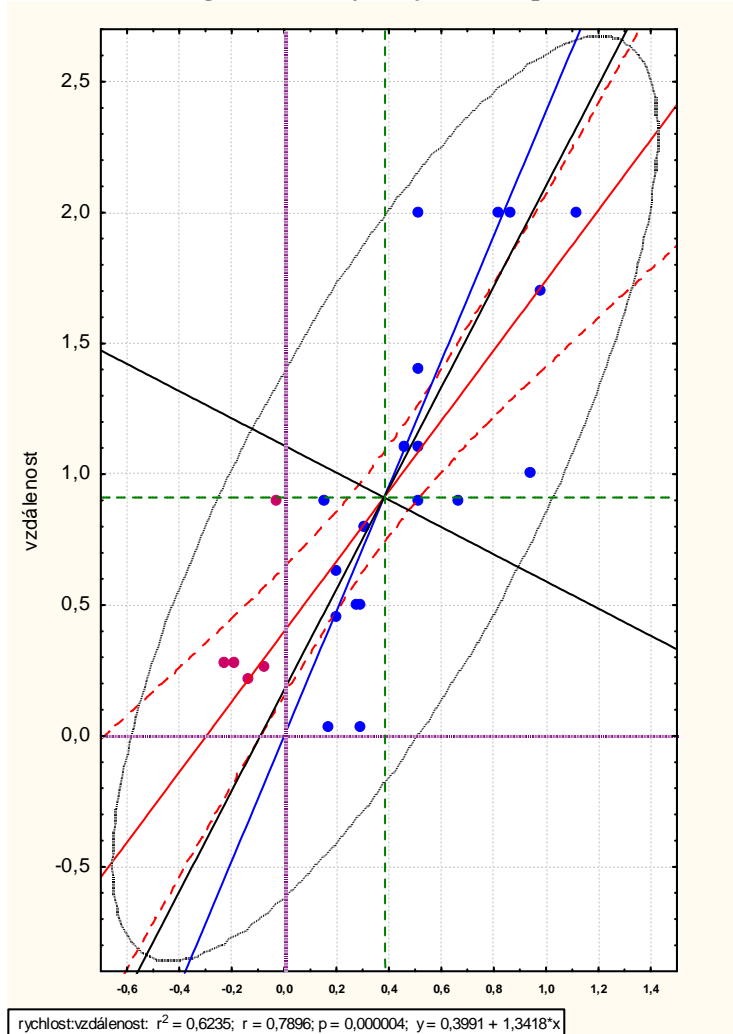
⁶ Hubble uváděl radiální rychlosti galaxií v km s⁻¹ a tyto jednotky používal i v regresní analýze. Pokud použijeme Mpc/rok⁻⁹ tj. megaparseky na miliardu roků, dostaneme směrnici přímo v mld. let a regresní diagramy budou podstatně názornější.

⁷ Hubble použil regresi v níž byla závisle proměnnou rychlost galaxií a nezávisle proměnnou vzdálenost galaxií, proto získal nižší hodnotu $H_0 = 550$, což odpovídá stáří vesmíru 1,78 mld. let. Z těchto důvodů byla v roce 1987 zveřejněna upřesnění např. Van den Bergh $H_0 = 69 \pm 14$ což odpovídá 14,16 mld. letům viz (Jáchim, 2003, s.260).

koeficient má nezanedbatelnou velikost 0,79, což ale není dostatečně přesvědčivé, neboť regresní přímka vysvětluje pouze 62 % vzájemné těsnosti.

Pokud bychom přímkou proložili počátkem souřadnic, tak že ji pootočíme okolo bodu se souřadnicemi průměrů obou veličin (viz modrá přímka v grafu č. 1), tak jak to udělal Hubble, bude přímka body pozorování vystihovat hůř. Směrnice přímky T vzroste z původních 1,34 na 2,39 mld. let (ortogonální regrese je mezi nimi s hodnotou 1,93 mld.let). Pro srovnatelné měření těsnosti je nutno použít index determinace, který při měření odchylek ve směru osy y , klesl z původních 0,79 na 0,49 pročež regresní přímka procházející počátkem vysvětluje pouhých 24,5 % vazby obou veličin což je opravdu velmi málo! Proto plně souhlasím s názorem Jiřího Anděla, který píše (Anděl, 2003, s.14) „Vzhledem k vysoké statistické významnosti absolutního členu lineární regrese nelze předložený jednoduchý model velkého třesku akceptovat. Proti mluví i 5 případů, kdy rychlost galaxie⁸ vzhledem k Zemi je záporná. Vzhledem k ujištění fyziků, že měření rychlosti je velmi přesné, vzniká otázka, zda vůbec mělo cenu provádět regresní a korelační analýzu, když některé rychlosti byly záporné“.

Graf č. 1 Lineární regrese, všechny údaje, závisle proměnná vzdálenost.



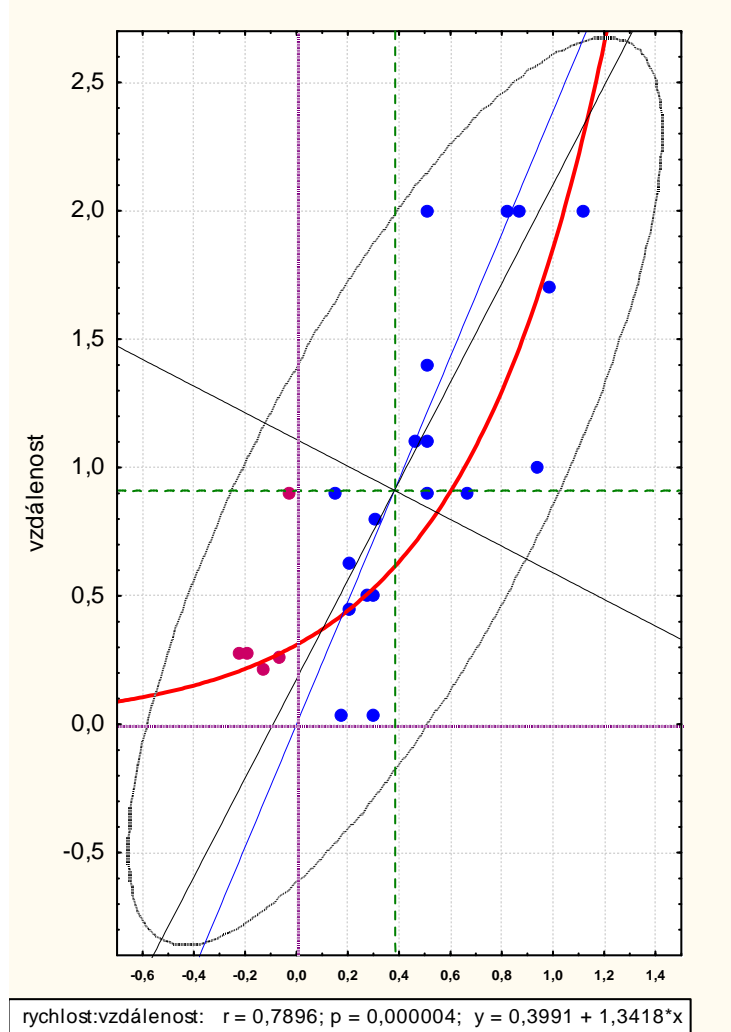
Poznámka: Galaxie vzdalující se jsou vyznačeny modře, zatímco červeně ty galaxie, která se přibližují. Svislá a vodorovná tenká zelená čára vyznačuje průměrné hodnoty. Šikmá zelená regresní přímka je vedena úmyslně počátkem souřadnic. Červená šikmá přímka je obecná regresní přímka, která je doplněna regresními pásy a elipsou pro úroveň 95 %. Černá přímka tvořící hlavní (a vedlejší) osu elipsy představuje výsledek ortogonální regrese. Modrá přímka prochází počátkem souřadnic. Vzdálenost je vynesena v Mpc a rychlost v Mpc rok⁹

Výchozími body lze úspěšně proložit i mnohé nelineární regrese. Jednou z mnoha možností je proložit body exponenciální funkcí. Graf č. 2 zobrazuje exponenciální funkci následujícího tvaru:

$$y = 0,3095 \cdot e^{1,7899 \cdot x}$$

⁸ V původním článku (Anděl, 2003b) se uvádí místo *galaxie*, *mlhovina*.

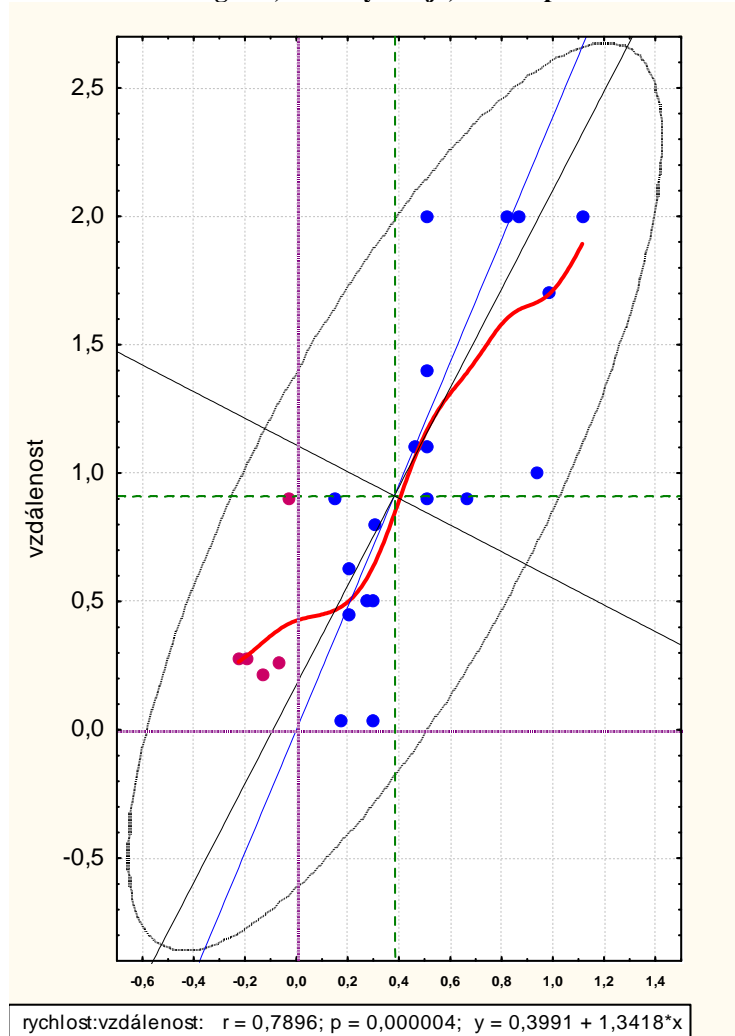
Graf č. 2 Exponenciální regrese, všechny údaje, závisle proměnná vzdálenost.



Ještě exotičtější funkci znázorňuje graf č. 3. Interpretace takových křivek bude pochopitelně zcela jiná než odpovídá modelu velkého třesku. Jsem si vědom toho, že Hubble v roce 1931, tj. 2 roky od prvního článku⁹, uveřejnil údaje o dalších ještě vzdálenějších galaxiích, které se k jeho přímce přimykaly ještě lépe, avšak i ty se mohou dobře přimykát ke křivce, která se stáčí až v oblasti počátku souřadnic.

⁹ Například (Singh, 2007, s.201) nebo (Jáchim, 2003, s.255)

Graf č. 3 Nelineární regrese, všechny údaje, závisle proměnná vzdálenost.



Pokud bychom vynechali z původních měření ty galaxie, které se k nám přibližují, získáme opět jiné výsledky, avšak vynechání těchto bodů ale není korektní. Získané výsledky se liší polovičním absolutním členem a nepatrně větší směrnicí odpovídající stáří vesmíru 1,66 mld. let.

O tom, že odchylky pohybu galaxií od Hubbleova zákona nejsou jen nepodstatnou výjimkou, svědčí mimo jiné objev mohutného nahromadění hmoty s názvem **velký přitahovač**¹⁰. Pohyb naší galaxie směrem k tomuto gravitačnímu kráteru má podobu volného pádu. V současné době je rychlost přibližování naší galaxie k tomuto mohutnému útvaru 600 km s^{-1} .

Podle mého názoru je největším problémem Hubbleho odvození nereálnost a nezdůvodnitelnost situace znázorněné výchozím obrázkem č. 1, který znázorňuje neexistující vzdálenost Země od pomyslného epicentra velkého třesku. Jak píše Kippenhahn¹¹ (Kippenhahn, 2005, s. 50) „*Velmi rozšířeným omylem je myslet si, že velký třesk začal v nějakém určitém bodě v prostoru.*“ Rovněž na to, že Země nezaujímá ve vesmíru nikterak vynímačné stanoviště poukázal dle Flammariona mimo jiných Koperník, když píše v (Flammarion, 1873, s 90): „*Staří, kteří viděli všechna těžká tělesa tíhnout ke středu Země, měli za to, že tíhnutí to naznačuje střed světa. Je-li tíže, je-li váha u všech těles nebeských, není divu, aby se dávala přednost Zemi; ona se zdá být středem všech pohybů; ale přenesme se v duchu na všechna ta tělesa, na Slunce samo, budeme opět mysliti, že jsme uprostřed těchto pohybů. Tento důvod nemůže tedy rozhodovati, nýbrž jednoduše přičin. Tato úvaha, náležející jedině Koprnickovi, dělá mu největší čest.*“ Při pozorování vzdálených galaxií je nutno vzít v úvahu, že se nenacházíme ve středu vesmíru, který nejspíše není nekonečný.

¹⁰ Podrobněji o velkém přitahovači, *Great Attractor* (Kleczek, 2002, s.532)

¹¹ Kippenhahn je ve svém díle zastáncem teorie velkého třesku.

Shrnutí

- Zpracování údajů o vzdálenostech a radiálních rychlostech vzdálených galaxií vůči Zemi pomocí lineární regrese nedává přesvědčivé výsledky. Korelační koeficient není dostatečně vysoký, regresní přímkou vysvětluje necelé dvě třetiny informace uložené ve výchozích údajích.
- Z úlohy není zřejmé, která z uvažovaných veličin má povahu závisle a která nezávisle proměnné. Výsledek je ale na této volbě závislý. Vzhledem k větším očekávaným chybám pozorování je správně zvolit za závisle proměnnou vzdálenost.
- Přesto, že získaná regresní přímkou prochází relativně blízko počátku souřadnic, není žádný dostatečný důvod prokládat hledanou přímkou počátkem souřadnic. Taková přímkou vykazuje velmi malou těsnost.
- Výchozími body lze úspěšně proložit mnohé nelineární regresní funkce. Tyto křivky obdobně jako klasické regresní přímkou neprocházejí počátkem souřadnic.
- Ani vyhledání dalších bodů pro větší vzdálenosti a větší rychlosti neznámá, že se křivka blízko nuly nestáhne tak, aby nemusela procházet počátkem souřadnic.
- Lineární regresí vypočtená Hubbleova konstanta se jeví jako příliš vysoká, neboť jí odpovídající stáří vesmíru vede k hodnotám kratším než je stáří některých hvězd a planet.
- Hubbleova konstanta byla z různých důvodů dále upřesňována až na $72 \pm 8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ v roce 1988, což odpovídá reálnější hodnotě stáří vesmíru okolo 14 mld. let.
- Základní problém odhadu stáří vesmíru spočívá v nereálném předpokladu konstantní rychlosti vzdalování Země od jakéhosi „epicentra“ velkého třesku. Dokonce každá varianta velkého třesku má komplikovanou dynamiku s fázemi nukleosyntézy, rekombinace apod. Sama Země tady také zjevně není odjakživa, a proto lze jen těžko očekávat, že vznikala za podmínek konstantní rychlosti vzdalování se od „epicentra“ velkého třesku.
- Jelikož prostor a čas patří k základním vlastnostem hmoty (obecněji energo-hmoty, neboť hmota a energie se mohou vzájemně proměňovat), nemůže být prostor bez hmoty ani nemůže být hmota bez prostoru. Z existence černých děr plyne, že hmota–energie nemá schopnost zaujímat libovolně malý prostor.
- Teorie velkého třesku pracuje pouze s radiálními rychlostmi galaxií, nikoliv s jejich skutečným směrem pohybu.
- Ne všechny galaxie se od nás vzdalují, přičemž je z úvah o velkém třesku nelze jednoduše vynechat. Výjimkou chování galaxií z Hubbleova zákona je mnoho. Mezi významné patří tzv. velký přitahovač.
- Hořlův stacionární ani kvazistacionární vesmír není jedinou alternativou k velkému třesku.
- Reliktární záření může být důsledkem i jiných procesů, vyvolaných například konečnými rozměry vesmíru či jeho zakřivením.

Literatura:

1. Anděl, J.: 2003, Statistické metody (3. vyd.), Matfyzpress, Praha, 298 s.
2. Anděl, J.: 2003, Statistické modely, 3.2 Big Bang, Statistika č. 2, s. 11
3. Astronomy, 1995, *Journiér to the cosmic frontiér*. John D. Fix, University of Iowa, 621 s.
4. Benacchio, L.: 2003, Atlas vesmíru. Universum. Paříž
5. Flammarion, K.: 1873, Koprník a soustava světová, Nakladatelství J.Otty, Praha, 255 s.
6. Grygar, J., Horský, Z., Mayer, P.: 1979, Vesmír., Mladá fronta, Praha, 462 s.
7. Hubble, E. P.: 1929, A relation between distance and radial velocity aminy extra-galactic nebulae. Proc. National Acad. Sci. 15, s 168-173
8. Jáchym, F.: 2003, Jak viděli vesmír, *Po stopách velkých astronomů*. Rubico, Olomouc 271 s.
9. Kindersley, D.: 2006, Vesmír - obrazová encyklopedie. Knižní klub
10. Kippenhahn, R.: 2005, Kosmologie do kapsy, Baronet, 135 s.
11. Kleczek, J.: 2002, Velká encyklopedie vesmíru. Academie, Praha
12. Příhoda, P.: 2007, Astronomický kurz. Přednášky. Planetárium
13. Ramsey F. L., Schafer D. W.: The Statistical Sleuth, Duxbury Press, str. 168
14. Singh, S.: 2004 Velký třesk, ARGO/DOKOŘÁN, (překlad Žofka, Podolský, 2007), 410 s.
15. Vilmin, D.: 1998, Vesmír Stefana Hawkinga, Motýl, Praha