

## Porovnanie mapovacích prístupov pre odhad návrhových maximálnych denných úhrnov zrážok na povodí horného Hrona

S. KOHNOVÁ <sup>(1)</sup>, J. PARAJKA <sup>(2)</sup>, J. SZOLGAY <sup>(1)</sup> and K. HLAVČOVÁ <sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> Katedra vodného hospodárstva krajiny, Stavebná fakulta Slovenskej technickej univerzity v Bratislave, Radlinského 11, 813 68 Bratislava (e-mail: silvia.kohnova@stuba.sk, kamila.hlavcova@stuba.sk, jan.szolgay@stuba.sk)

<sup>(2)</sup> Institute of Hydraulics, Hydrology and Water Resources Management Vienna University of Technology Karlsplatz 13/223, A-1040 Vienna (e-mail: parajka@hydro.tuwien.ac.at)

**Abstract** The objective of this study was to test and compare methods and tools for the spatial interpretation of the maximum daily precipitation totals and their design values. The analysis was made using data from 25 precipitation stations in the upper Hron River basin. Following the methodology introduced in Parajka et al. (2004), time series of 40 years of grid maps of daily areal precipitation were derived from daily station data using interpolation techniques kriging and inverse distance method. Maps of maximum annual precipitation totals were constructed from these maps by methods of map algebra. For the estimation of design values the extremal distribution function EV1 was selected, which performed as the most appropriate ones according to the statistical test in the stations. The calculated 100-years values of daily precipitation totals were compared with 100-years values estimated at-site in each station and interpolated in the basin.

### Úvod

T-ročné hodnoty maximálnych denných úhrnov (prípadne intenzít) zrážok slúžia v inžinierskej praxi na vytvorenie hydrometeorologického podkladu pre dimenzovanie vodohospodárskych stavieb. V oblasti metód spracovania maximálnych úhrnov zrážok boli v uplynulom období v Európe v rámci rozsiahlych národných projektov spracované a vyhodnotené maximálne zrážky v Alpskej a Podalpskej oblasti Švajčiarska, následne i v oblasti Jura a Švajčiarskeho stredohoria, tiež pre územie NSR, Rakúska a Veľkej Británie (Geiger et al. (1991); Gutknecht, Watzinger (1986); FEH (1999)). Zo zákonov rozdelenia pravdepodobnosti sa pri analýze maximálnych denných zrážkových úhrnov ako vhodné javili extrémálne zákony rozdelenia pravdepodobnosti EV1 (extrémálne rozdelenie I. typu, resp. Gumbelovo rozdelenie), EV2 (extrémálne rozdelenie II. typu) a GEV (generalizované extrémálne rozdelenie) a lognormálne rozdelenie, z metód odhadu ich parametrov sa použili metódy momentov, maximálnej vierohodnosti a lokálny i regionálny odhad pomocou L-momentov, FEH (1999).

Pre odhad návrhových hodnôt maximálnych denných úhrnov zrážok na povodiach bez priamych pozorovaní sa využívajú interpolačné metódy. Hodnotenie metód mapovania klimatických charakteristík je popísané v mnohých štúdiách, z ktorých by sme spomenuli napr: Tabios a Salas (1985); Borga a Vizzaccaro (1997); Dubois (1998); Goovaerts (2000); Weisse a Bois (2001); Hofierka, et al. (2002); Lloyd (2005); Watkins, et al. (2005); Carrera-Hernández a Gaskin (2007).

Na Novom Zélande vyvinuli systém HIRDS

(High Intensity Rainfall Design System) vrátane softvéru určeného na odhad návrhových hodnôt zrážok, ktorý zahŕňa v sebe mapovanie tzv. indexového dažďa (v prípade HIRDS ním je medián ročných maxím zrážkových úhrnov) a regionálnych čiar prekročenia (Thompson, 2002). So štatistickým spracovaním extrémnych hodnôt zrážkových úhrnov sa zaoberala aj Nemecká meteorologická služba v rámci rozsiahleho vedecko-výskumného programu KOSTRA (Malitz (1999); Bartels et al. (1997)). Regionalizácia návrhových hodnôt zrážok sa uskutočnila geoštatistickými metódami v sieti s rozlíšením 8,5 km x 8,5 km pre doby opakovania  $T = 0,5$  až 100 rokov. Mapovanie zrážok trvania 1 až 7 dní pre územie Grécka je bližšie popísané v Loukas, et al. (2001). Pri odhade návrhových hodnôt maximálnych úhrnov zrážok použili extrémálne Gumbelovo rozdelenie ainterpolácia návrhových hodnôt bola urobena interpolačnou metódou splajnu tenkej platne. Weisse a Bois (2001, 2002) porovnávali kriging a regresnú metódu pri mapovaní 10 a 100-ročných návrhových úhrnov zrážok trvania 1-24 hodín vo Francúzskych Alpách. Watkins, et al. (2005) použil viaceré interpolačné metódy ako: metódu analýzy trendovej funkcie povrchu, metódou splajnu tenkej platne, metódu inverzne váženej vzdialenosti a viaceré algoritmy metódy kriging pre mapovanie regionálnych odhadov intenzít dažďov rôznej periodicity pre oblasť Michigan. Najlepšie výsledky boli dosiahnuté použitím metódy „ordinary block kriging“.

Na Slovensku sa na odhad návrhových ročných denných úhrnov zrážok v zrážkomerných staniaciach bežne aplikovali tieto zákony rozdelenia pravdepodobnosti: Gumbelovo rozdelenie a Pearsonovo rozdelenie tretieho typu. Pre odhad parametrov zákonov rozdelení sa zvyčajne používala metóda momentov. Extrémne denné úhrny

zrážok a ich zabezpečení v našom regióne v minulosti takto analyzovali viacerí autori, ako napr. Reinhartová (1967), Dzubák (1969), Šamaj, et al. (1982, 1985), pričom vyjadrenie priestorovej variability bolo robené najmä formou konštrukcie izočiari návrhových hodnôt úhrnov zrážok. Z novších prác, ktoré aplikujú nové prístupy odhadu návrhových maximálnych úhrnov zrážok spomenieme napr. práce Faško et al. (2000), Hasbach (2001), Stehlová (2001) a Gaál (2006).

Príspevok nadväzuje na výsledky získané v prácach Parajka, et al. (2002, 2004). V týchto prácach boli na základe švajčiarskej metodiky (Geiger, et al., 1991) spracované a vyhodnotené maximálne denné úhrny zrážok v letnej a zimnej sezóne v zrážkomerných staniaciach na povodí horného Hrona. Priestorová variabilita T-ročného maximálneho denného úhrnu zrážok bola vyjadrená pomocou rôznych interpolačných metód. V štúdiu Parajka et al. (2004) bol predstavený metodicky iný spôsob priestorového vyjadrenia variability maximálnych T-ročných denných úhrnov zrážok, kde sa v prvom kroku vybranou interpolačnou metódou vytvorili rastrové mapy denného úhrnu zrážok, z ktorých sa následne pre každý štvorec rastrovej mapy (grid) vybral a štatisticky spracoval časový rad „gridových“ hodnôt maximálnych denných úhrnov zrážok, ktorý sa ďalej analyzoval.

Predložený príspevok sa skladá z dvoch častí; v prvej je prezentovaný spôsob štatistického spracovania extrémnych denných úhrnov zrážok, v druhej časti sú na príklade povodia horného Hrona porovnané dva metodické prístupy možnosti priestorového vyjadrenia variability 100-ročných maximálnych denných úhrnov zrážok. Ako interpolačné metódy sa použila metóda inverznej váženej vzdialenosti a metóda kriging. V závere sa urobilo porovnanie odhadov 100-ročných maximálnych denných úhrnov zrážok pomocou týchto interpolačných metód.

### Metódy odhadu T-ročných maximálnych úhrnov zrážok

Pre odhad T-ročných maximálnych denných úhrnov zrážok sme aplikovali švajčiarsku metodiku podľa Geiger, et al. (1991). Táto je založená na použití dvoch extrémálnych rozdelení pravdepodobnosti: Gumbelovho rozdelenia pravdepodobnosti EV1 a rozdelenia EV2.

Funkcia hustoty rozdelenia pravdepodobnosti prekročenia  $F_x$  pre EV1 je definovaná ako:

$$F_x = \exp\left(-\exp\left(\frac{x - \mu}{c}\right)\right), \quad (1)$$

kde  $x$  označuje ročné maximum  $k$ -denných úhrnov zrážok, pričom pre parametre rozdelenia EV1  $c$  a  $\mu$  sa aplikujú tieto vzťahy:

$$\mu = \mu_x - c\mu_n, \quad (2)$$

$$c = \frac{\sigma_x}{\sigma_n} \sqrt{\frac{n-1}{n}}, \quad (3)$$

kde  $\mu_x$  je stredná hodnota  $x$ ,  
 $\sigma_x$  je smerodajná odchýlka  $x$ ,  
 $\mu_n$  je aritmetický priemer základného súboru,  
 $\sigma_n$  je smerodajná odchýlka základného súboru,  
 $n$  je počet rokov pozorovaní.

Hodnoty  $\mu_n$  a  $\sigma_n$  sú zadané pre rôznu dĺžku radov pozorovaní v tabuľkách (Geiger et al., 1991).

Pre teoretické rozdelenie pravdepodobnosti EV2 platia tieto vzťahy:

$$F_x = \exp\left(-\exp\left(\frac{z - \hat{z}}{c_z}\right)\right), \quad (4)$$

kde  $z = \mathbf{h} \cdot \mathbf{x}$ . (5)

Na určenie parametrov  $c_z$  a  $\hat{z}$  extrémálneho rozdelenia EV2 sa aplikujú tieto vzťahy:

$$\hat{z} = \mu_z - c_z \cdot \mu_n, \quad (6)$$

$$c_z = \frac{\sigma_z}{\sigma_n} \sqrt{\frac{n-1}{n}}, \quad (7)$$

kde  $\mu_z$  je stredná hodnota  $z$ ,  
 $\sigma_z$  je smerodajná odchýlka  $z$ ,  
 $\mu_n$  je aritmetický priemer základného súboru,  
 $\sigma_n$  je smerodajná odchýlka základného súboru,  
 $n$  je počet rokov pozorovaní.

Pri výbere vhodného typu rozdelenia pravdepodobnosti sa ako nulová hypotéza predpokladá vhodnosť rozdelenia EV1 – extrémálneho rozdelenia prvého typu. Ak je nulová hypotéza zamietnutá, za vyhovujúce sa považuje rozdelenie EV2. Výber vhodného typu rozdelenia pravdepodobnosti sa testuje Van Montfortovým testom (Geiger et al., 1991). Van Montfortov test je štatistický test založený na testovaní tesnosti vzťahu medzi  $I_{(m)}$  a  $y_{(m+1/2)}$ :

$$I_{(m)} = \frac{\Delta x_{(m)}}{\Delta y_{(m)}} = \frac{x_{(m+1)} - x_{(m)}}{y_{(m+1)} - y_{(m)}}, \quad (8)$$

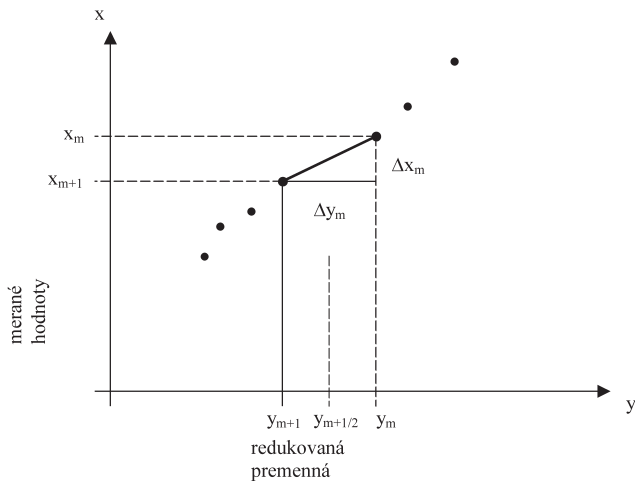
$$y_{(m+1/2)} = -\ln\left(-\mathbf{h} \frac{n-m+0,5}{n+1}\right), \quad (9)$$

kde  $x_{(m)}$  je hodnota zostupne zoradených údajov extrémnych zrážok,

$y_{(m)}$  je tzv. redukovaná premenná,

$m$  je poradie zoradených hodnôt  $x$ ,

$n$  je počet údajov.



Obr. 1 Schematizácia definície hodnôt  $x$  a  $y$  pri aplikácii van Montfortovho testu (Geiger et al., 1991).

Testovacou hodnotou je koeficient korelácie  $r$ , ktorý sa určí ako:

$$r = \frac{S_{I,y}}{\sigma_I \sigma_y}, \quad (10)$$

kde  $S_{I,y}$  je kovariancia premenných  $I_{(m)}$  a  $y_{(m+1/2)}$ ,

$\sigma_I$  je smerodajná odchýlka premennej  $I_{(m)}$  a

$\sigma_y$  je smerodajná odchýlka premennej  $y_{(m+1/2)}$ ,

t. j.

$$S_{I,y} = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{m=1}^{n-1} I_{(m)} y_{(m+1/2)} - \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^{n-1} I_{(m)} \sum_{m=1}^{n-1} y_{(m+1/2)} \right], \quad (11)$$

$$\sigma_I = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^{n-1} (I_{(m)} - \mu_I)^2}, \quad (12)$$

$$\mu_I = \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^{n-1} I_{(m)}, \quad (13)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^{n-1} (y_{(m+1/2)} - \mu_y)^2}, \quad (14)$$

$$\mu_y = \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^{n-1} y_{(m+1/2)}. \quad (15)$$

Kritické hodnoty  $r_{krit}$  sa určujú v závislosti od dĺžky radu a hladiny významnosti  $\alpha$ . My sme na účely tejto práce použili hodnoty  $r_{krit}$  na hladine významnosti  $\alpha = 10\%$ .

### Metodika mapovania T-ročných maximálnych denných zrážkových úhrnov

Jednou z možností ako získať priestorové rozloženie bodových meraní zrážok je použitie interpolačných metód. Ich základnou úlohou je priestorová interpolácia údajov do miest, kde nepoznáme skúmanú premennú, s využitím informácie zo známych meraných hodnôt. Všeobecnú rovnicu interpolácie môžeme písať v tvare:

$$z_0 = \sum_{i=1}^n w_i z_i \quad (16)$$

kde hodnota hľadanej premennej  $z_0$  lokalizovaná rovinnými súradnicami  $x_0$  a  $y_0$  je vyjadrená váženou lineárnou kombináciou známych hodnôt  $z_i$  o súradniciach  $x_i, y_i$  a váh  $w_i$  určených pre každú stanicu. Interpoláčnej metódy sa líšia v princípoch určenia váh bodom, v ktorých vieme kvantifikovať skúmanú premennú (Tabios, Salas, 1985). Jednoduché interpolačné schémy priradujú bodom rovnakú váhu, iné priradujú bodom váhy proporčne podľa vzdialenosti od určovaného bodu (Phillips et al., 1992) alebo váhy optimalizujú podľa rôznych modelov priestorovej korelácie.

V rámci tejto štúdie boli aplikované dve interpolačné metódy: stochastická interpolačná metóda kriging a deterministická interpolačná metóda inverzne vázenej vzdialenosti (IDW), v ktorej parameter  $\beta$  (mocninový koeficient váhy) bol zvolený rovný dvom.

### Vstupné údaje

Vstupné údaje na analýzu maximálnych ročných denných úhrnov zrážok poskytol SHMÚ Bratislava. Ako pilotné povodie bolo zvolené povodie horného Hrona po profil Banská Bystrica s plochou povodia 1763 km<sup>2</sup>. Nadmorská výška záujmového povodia je v rozpätí od 340 m n.m. v záverečnom profile a dosahuje nad 2000 m n.m. na hrebeňoch Nízkych Tatier. Vstupné údaje reprezentovalo 25 klimatických staníc s údajmi priemerných denných úhrnov zrážok za obdobie od januára 1961 do decembra 2000. Lokalizácia zrážkomerných staníc s vertikálnou zonalitou povodia je znázornená na obr. 2.



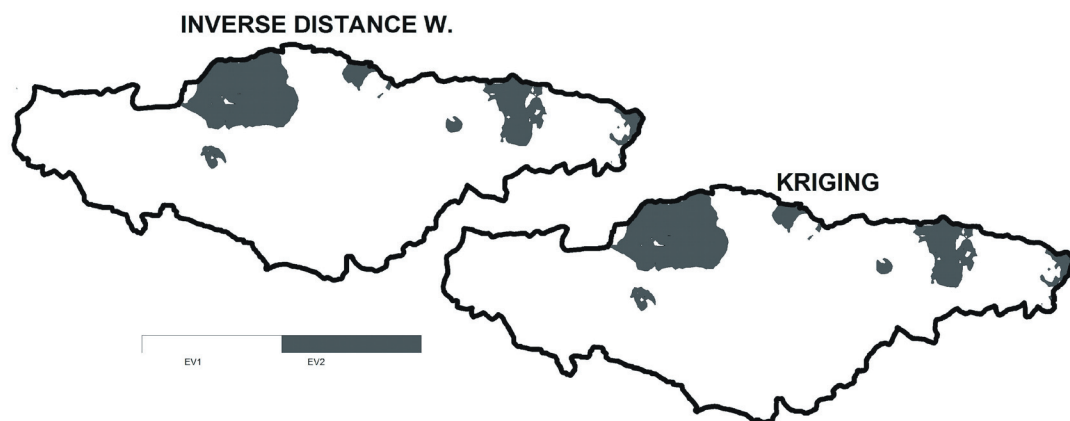
Obr. 2 Povodie horného Hrona a lokalizácia zrážkomerných staníc.

### Mapovanie T-ročných maximálnych denných zrážkových úhrnov v povodí horného Hrona

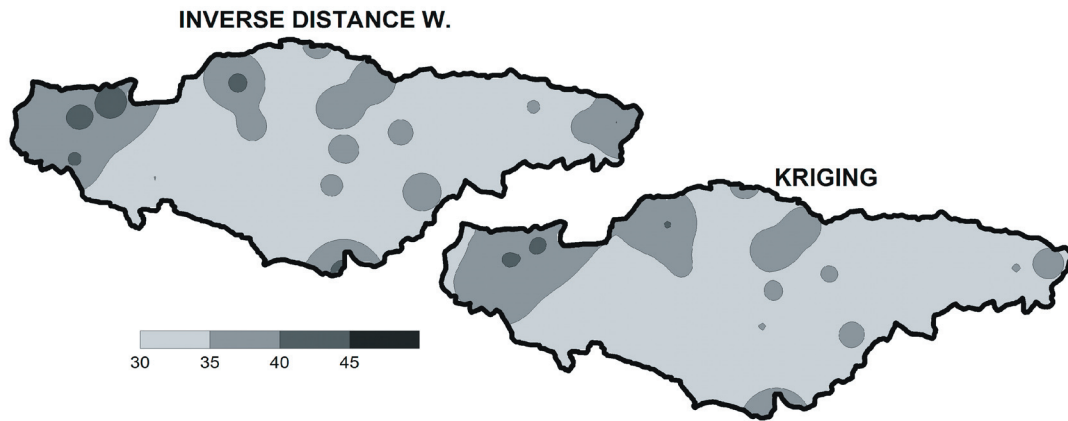
Na vyjadrenie priestorovej variability T-ročných maximálnych denných úhrnov zrážok sme aplikovali nasledovný postup (Parajka, et al. 2004). V prvom kroku sme podľa interpolačnej metódy vytvorili pre každý deň skúmaného obdobia 1961-2000 rastrovú mapu denného úhrnu zrážok. V druhom kroku sme z časového radu denných úhrnov zrážok v každom gride vybrali najvyšší denný úhrn zrážok za rok za obdobie 1961-2000. Týmto spôsobom sme získali 40 rastrových máp maximálnych denných úhrnov zrážok v jednotlivých rokoch, resp. pre každý grid časový rad týchto hodnôt. Tieto časové rady sme v nasledujúcom kroku použili na otestovanie vhodnosti jednotlivých extrémnych

rozdelení pravdepodobnosti (Van Montfortov test – rovnice 8 až 15). Z mapy výsledkov testu prezentovanej na obr. 3 môžeme konštatovať, že pre takmer celé povodie horného Hrona je vhodné extrémálne rozdelenie typu EV1; a to ako pri metóde mapovania IDW tak aj pri interpolačnej metóde kriging. Teoretické rozdelenie EV2 vyhovelo len pre oblasť povodia Jasenianskeho potoka a oblasť Heľpa-Pohorelá. Preto sme sa rozhodli pre nasledujúce odhady návrhových hodnôt T-ročných úhrnov zrážok použiť pre oblasť horného Hrona jednotné teoretické rozdelenie pravdepodobnosti EV1.

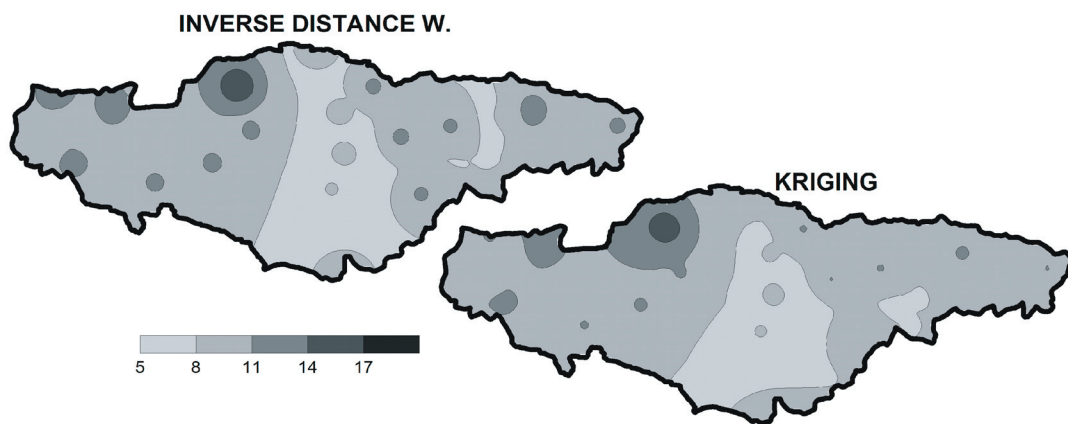
Na základe rovníc 2 a 3 sa odhadli hodnoty parametrov teoretického rozdelenia pre každý štvorec skúmaného územia. Takto vytvorené mapy parametrov  $\mu$  a  $c$  sú prezentované na obr. 3 a 4.



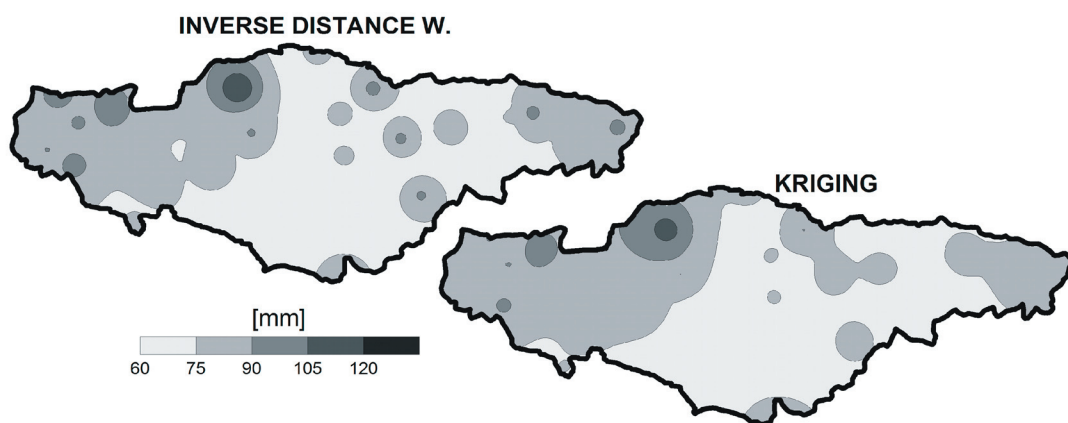
Obr. 3 Priestorové rozloženie skupín EV1 a EV2 podľa Monfortovho testu.



Obr. 4 Priestorové vyjadrenie parametra  $\mu$  teoretického rozdelenia EV1 (rovnic 2).



Obr. 5 Priestorové vyjadrenie parametra  $c$  teoretického rozdelenia EV1 (rovnic 3).



Obr. 6 Mapa 100-ročných maximálnych denných úhrnov zrážok skonštruovaná metódou inverznej váženej vzdialenosti a metódou kriging.

Pri poznaní priestorového rozloženia týchto dvoch parametrov je veľmi jednoduchá kvantifikácia extrémneho ročného úhrnu zrážok s ľubovoľnou dobou opakovania. Na základe parametrov rozdelenia EV1 sme skonštruovali pomocou metód mapovej algebry mapy maximálneho ročného denného úhrnu zrážok s dobou opakovania 100

rokov, obr.6.

#### Zhodnotenie výsledkov a záver

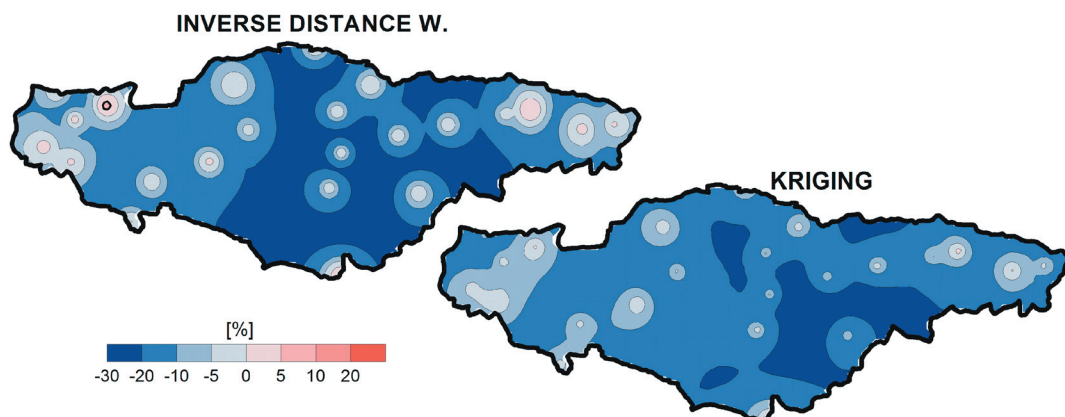
Na základe rozloženia výskytu extrémnych 100-ročných maximálnych denných úhrnov zrážok na obr. 6 možno

konštatovať, že najvyššie úhrny okolo 100-120 mm sa vyskytli v oblasti povodia Jasenianskeho potoka. V oblasti Starohorských vrchov a v pramennej oblasti Hrona sa 100-ročné úhrny pohybujú okolo 90 mm. Centrálna časť povodia horného Hrona ako i povodia Čierneho Hrona vykazujú výskyt 100-ročných úhrnov vo výške okolo 70 mm.

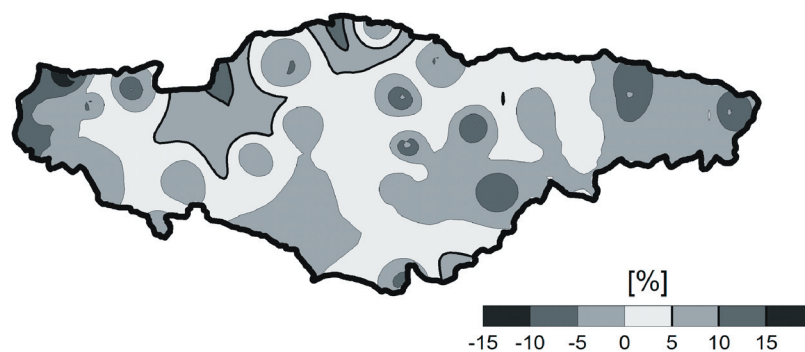
Následne bolo urobené porovnanie percentuálneho rozdielu medzi mapami 100-ročných maximálnych denných úhrnov zrážok konštruovanými postupom aplikovaným v tejto práci a postupom prezentovaným v práci Parajka, et al. (2002), kde boli najskôr štatisticky spracované denné úhrny zrážok v staniách a výsledné 100-ročné maximálne denné úhrny boli následne interpolované do priestoru s využitím interpolačných metód inverznej váženej vzdialenosti a kriging. Zo vzájomného porovnania týchto dvoch postupov vyplýva, že približne rovnaké výsledky boli dosiahnuté obidvoma spôsobmi mapovania v okolí klimatických staníc, obr.7. Rozdielne výsledky boli pozorované v oblastiach bez priamych meraní úhrnu zrážok, pričom najväčšie rozdiely dosahujú hodnoty okolo 10-15%. Toto konštatovanie platí rovnako pre interpolačnú metódu IDW ako aj kriging.

Na obr. 8 je porovnanie percentuálneho rozdielu medzi mapami 100-ročných maximálnych denných úhrnov zrážok skonštruovanými pomocou interpolačných metód kriging a inverznej váženej vzdialenosti. Rozdiely sú malé, predstavujú v priemere 5%. Väčšie rozdiely sú najmä v okolí staníc do 15%, kde dostávame vyššie hodnoty návrhových úhrnov zrážok pri použití interpolačnej metódy inverznej váženej vzdialenosti.

Záverom možno konštatovať, že prínosom prezentovaného prístupu mapovania oproti klasickým metódam mapovania návrhových úhrnov zrážok je, že umožňuje odhad návrhových hodnôt z interpolovaných časových radov úhrnov zrážok, ktoré lepšie odrážajú fyzikálne a regionálne charakteristiky extrémnych zrážok v danom regióne, ako aj ich sezónne vlastnosti. Z analýz tiež vyplynulo, že na miestach, kde je nedostatok zrážkomerných pozorovaní, podhodnocuje tento prístup odhady maximálnych návrhových úhrnov zrážok oproti metódam, ktoré interpolujú odhadnuté návrhové hodnoty maximálnych úhrnov zrážok v staniách do priestoru. Táto skutočnosť je spôsobená najmä podhodnocovaním interpolovaných denných úhrnov zrážok v prípade výskytu lokálnych extrémov pri konvektívnych zrážkových udalostiach.



Obr.7 Percentuálne rozdiely medzi mapami 100-ročných maximálnych denných úhrnov zrážok skonštruovanými metodikou aplikovanou v tejto práci (interpolačnou metódou inverznej váženej vzdialenosti a metódou kriging) a metodikou prezentovanou v práci Parajka, et al. (2002).



Obr. 8 Percentuálny rozdiel medzi mapami 100-ročných maximálnych denných úhrnov zrážok skonštruovanými metodikou aplikovanou v tejto práci a to pomocou interpolačných metód kriging a metódou inverznej váženej vzdialenosti.

## Podakovanie

Práca vznikla v rámci riešenia grantového projektu VEGA 1/4021/07 a 1/4209/07. Spracovanie štúdie bolo taktiež podporené Agentúrou na podporu vedy a techniky prostredníctvom finančnej podpory č. APVT 20-003204. Autori týmto ďakujú za podporu projektov.

This work was supported by the European Community's Sixth Framework Programme through the grant to the budget of the STREP Project HYDRATE, Contract GOCE 037024.

## Literatúra

- Barthels, H., Malitz, G., Asmus, S., Albrecht, F.M., Dietzer, B., Günther, T. and Ertel, H., 1997. Starkniederschlagshöhen für Deutschland, KOSTRA. Deutscher Wetterdienst – Hydrometeorologie, Offenbach, Selbstverlag.
- Borga, M. and Vizzacaro, A., 1997. On interpolation of hydrologic variables: formal equivalence of multiquadratic surface fitting and krigging. *J. Hydrol.* 195 (1-4):160-171.
- Carrera-Hernández, J.J. and Gaskin, S.J., 2007. Spatio temporal analysis of daily precipitation and temperature in the Basin of Mexico. *J. Hydrol.*, 336: 231 –249.
- Dubois, G., 1998. Spatial interpolation comparison 97: foreword and introduction. *Journal of Geographic Information and Decision Analysis*, 2: 1–10.
- Dzubák, M., 1969. Stanovenie zákona maximálnych denných úhrnov zrážok pomocou globálnych čiar prekročenia. In: *Vodohospodársky časopis*, XVII, č.3, 209-225.
- Faško, P., Lapin, M., Šťastný, P. And Vivoda, P., 2000. Maximum daily sums of precipitation in Slovakia in the second half of the 20th century. In: *Images of Weather and Climate. Prace Geograficzne*, fasc. 108. Cracow. 131-138.
- FEH, 1999. Flood Estimation Handbook. Part 3. Statistical procedures for flood frequency estimation, IH Wallingford, 325s.
- Gambolati, G. And Volpi, G., 1979. A Conceptual Deterministic Analysis of the Kriging Technique in Hydrology. *Water Resources Research*, Vol. 15, No. 3.
- Geiger, H., et al., 1991. Starkniederschlaege des schweizerischen Alpen und Alpenrandgebietes., EFW WSL,
- Goovaerts, P., 2000. Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall. *J. Hydrol.*, 228, 113–129.
- Gutknecht, D., Watzinger, A., 1996. Aubereitung und Basisanlage der Starkregendaten aus den Hydrographischen Jahrbuechern 1948-1993. *Techn. Bericht. Inst. F. Hydraulik TU Wien*
- Hasbach, B., 2001. Vergleich und Bewertung von Methoden der Abschätzung von Starkniederschlaegen am Beispiel des Oberlaufs des Hron in der Slowakischen Republik. TU Kaiserslautern - STU Bratislava (Socrates student), diplomová práca, 214s.
- Hofierka, J., Parajka, J., Mitášová, H. and Mitáš, L., 2002. Multivariate interpolation of precipitation using regularized spline with tension. *Transactions in GIS*, 6 (2): 135–150.
- Lloyd, C.D., 2005. Assessing the effect of integrating elevation data into the estimation of monthly precipitation in Great Britain. *J. Hydrol.*, 308: 128 – 150.
- Loukas, A., Vasilides, L., Dalezios N. R. and C. Domenikiotis, 2001. Rainfall-Frequency Mapping for Greece *Phys. Chem. Earth (B)*, 26/9: 669 – 674.
- Malitz, G., 2005. Grundlagenbericht über Starkniederschlagshöhen in Deutschland, (Grundlagenbericht KOSTRA-DWD-2000). Deutscher Wetterdienst – Hydrometeorologie.
- Parajka, J., Kohnová, S., Szolgay, J., 2002. Priestorová interpolácia N-ročných maximálnych denných zrážkových úhrnov v povodí horného Hrona pomocou stochastických interpolačných metód. *Acta Hydrologica Slovaca*, 3, č. 1, 35-45.
- Parajka, J., Kohnová, S., Szolgay, J., 2004. Priestorová interpolácia parametrov hustoty rozdelenia pravdepodobnosti maximálnych denných zrážkových úhrnov na povodí horného Hrona. *Acta Hydrologica Slovaca*, 5, č. 2, 258-265.
- Phillips, D. L., Dolph, J. and Marks, D., 1992. A comparison of geostatistical procedures for spatial analysis of precipitation in mountainous terrain. *Agricultural and Forest Meteorology*, 58.
- Reinhartová, J., 1967. Maximální denní úhrny zrážek v Čechách a na Moravě. In: *Meteorologické správy*, 20, č.3-4, 75-79.
- Stehlová, K., 2001. Analýza maximálnych 2-denných úhrnov zrážok v oblasti Horného Hrona. Diplomová práca, SvF STU Bratislava, 108 s.
- Šamaj, F., Valovič, Š., Brázdil, R., Gulčíková, V., 1982. Maximálne denné úhrny atmosferických zrážok v ČSSR. *Meteorologické zprávy*, č. 35, Praha
- Šamaj, F., Valovič, Š., Brázdil, R. (1985): Denné úhrny zrážok s mimoriadnou výdatnosťou v ČSSR v období 1901 - 1980. *Zborník prác SHMÚ č. 24. ALFA*, Bratislava.
- Šťastný, P., Faško, P., Lapin, M., Gaál, L. (2001): Záverečná správa za rok 2000, VTP projektu Výskum vplyvu antropogénnych faktorov na vodné ekosystémy, Etapa E-04-01. SHMÚ Bratislava, 25 s.
- Tabios, G. Q. and Salas, J. D., 1985. A comparative analysis of techniques for spatial interpolation of precipitation. *Water Resources Bulletin*, 21.

Thompson, C. S., (2002) The high intensity rainfall design system: HIRDS (Abstract). In: International Conference on Flood Estimation, Berne, Switzerland.

Watkins Jr., D.W., Link, G.A. and Johnson, D., 2005. Mapping regional precipitation intensity duration frequency estimates. Journal of the American Water Resources Association, 41 (1): 157-170.

Weisse, A.K. and Bois, P., 2001. Topographic effects on statistical characteristics of heavy rainfall and mapping in the French Alps. Journal of Applied Meteorology 40 (4): 720-740.

Weisse, A.K. and Bois, P., 2002. A comparison of methods for mapping statistical characteristics of heavy rainfall in the French Alps: The use of daily information. Hydrological Sciences Journal, 47 (5) 739-752.