

Teplotní a disperzní charakteristika dvojlomu krystalického křemene Temperature and dispersion characteristics of crystalline quartz birefringence

Radek Melich^a, Ondřej Bečička^b, Jan Klimeš^c, st. a Vít Léd^a

^a Ústav fyziky plazmatu AV ČR, v.v.i., Oddělení optické diagnostiky, Turnov, vod@ipp.cas.cz

^b Univerzita Palackého v Olomouci, Přírodovědecká fakulta, Katedra optiky, becaondra@gmail.com

^c Hvězdárna v Úpici, hvezdarna@obsupice.cz

Abstrakt

Práce se zabývá experimentálním určením teplotní a disperzní charakteristiky dvojlomu krystalického křemene v teplotním rozsahu 35 - 55°C pro vlnové délky 390 - 1100 nm. Pro získání těchto závislostí je využit dvojlomný polarizačně interferenční filtr Šolcova typu. Kanálové spektrum Šolcova filtru je proloženo slunečním čárovým spektrem, které je zmapováno s vysokou přesností a slouží pro kalibraci. Ze spektrálních poloh propustí kanálového spektra a z tloušťky destiček filtru byla získána vysoce přesná teplotní a disperzní závislost materiálu filtru v tomto případě krystalického křemene.

Paper describes an experimental determination of temperature and dispersion characteristics of crystalline quartz birefringence in 35 - 55°C temperature range and 390 - 1100 nm wavelength range. In order to determine these dependencies a polarization interference filter of Šolc type is employed. A channel spectrum of the Šolc filter is inter-laid with solar spectrum that is mapped with superior resolution and serves for calibration. Spectral location of filter transmission peaks combined with a thickness of filter plates enable us to obtain a temperature and dispersion dependencies of filter material, crystalline quartz, with great precision.

Úvod

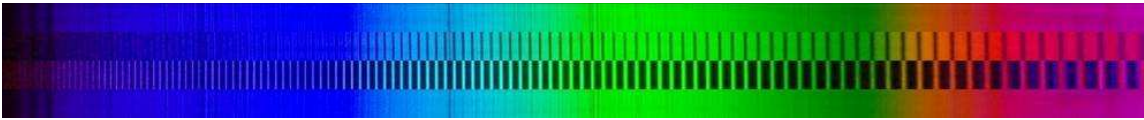
Znalost teplotní a disperzní charakteristiky dvojlomných materiálů je pro návrh vysoce výkonných úzkopásmových dvojlomných filtrů zcela nezbytná. U jednoduchých filtrů navrhovaných pro jednu astronomicky zajímavou čáru se používá pro určení ideální tloušťky destiček d , ze kterých je filtr složen vztah

$$d = k \cdot M(\lambda, T), \quad (1)$$

kde k je řád destičky, který zpravidla nabývá hodnot poloviny celých čísel a $M(\lambda, T)$ je jednotková tloušťka, která fyzikálně představuje tloušťku destičky s dráhovým zpožděním λ a v našem případě zastává též úlohu disperzní a teplotní závislosti materiálu. Protože v literatuře uváděné teplotní a disperzní charakteristiky [1], [2], [3] jsou určeny s určitou tolerancí, je dokončený filtr nutné pomocí změny operační teploty na požadovanou vlnovou délku manuálně doladit. Pracoviště Optické diagnostiky a Vývojové optické dílny Ústavu fyziky plazmatu (OD a VOD ÚFP), nyní realizuje laditelný filtr Šolcova typu, který umožňuje pozorování na mnoha astronomicky zajímavých čarách [4], [5]. Složitá optická konstrukce tohoto filtru, která zahrnuje několik dílčích sub-filtrů s možností laditelnosti filtru, vyžadují podstatně přesnější určení disperzních a teplotních charakteristik použitého základního materiálu – krystalického křemene. Pro návrh filtru bylo využito dat z publikace [1]. V roce 2006 došlo k přeměření dat z této publikace a byly zjištěny odchylky [6], které by ve svém důsledku vedly k chybnému přeladování filtru. Bylo proto rozhodnuto o provedení nového přesnějšího měření v rozmezí teplot 10 – 60°C, v rozsahu vlnových délek 390 – 1100 nm.

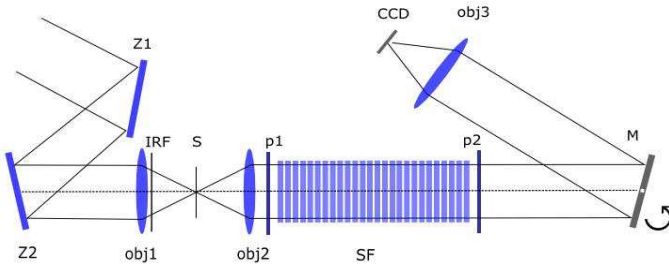
Metody získání a zpracování dat

Pro měření disperzní a teplotní charakteristiky dvojlomu krystalického křemene $M(\lambda, T)$ bylo využito metody měření s polarizačně-interferenčním dvojlomným filtrem Šolcova typu. Metoda spočívá v umístění filtru v kolimovaném svazku přímého slunečního záření, které je dále pomocí difrakční mřížky rozloženo do spektra. Spektrum je snímáno CCD kamerou. Díky filtru se ve snímaném spektru vytvoří interferenční maxima, která jsou definována vlastním filtrem. Dostáváme tak obraz, kde se prolínají propustě filtru s přesně definovanými absorpčními čarami slunečního spektra. Polohy všech interferenčních maxim filtru pak lze přesně okulibrovat a zjistit jejich přesné spektrální polohy (viz. obrázek 1).



Obrázek 1: Sluneční spektrum proložené pozitivním a negativním kanálovým spektrem Šolcova filtru

Měření byla prováděna v rozsahu vlnových délek 3900 Å až 11000 Å (spektrální rozsah účinnosti CCD kamery) v intervalu 35 - 55°C s krokem 5°C. Teplotní stabilita filtru byla zajištěna kapalinovým ultratermostatem (s přesností 0.01°C [7]).



Obrázek 2: Schéma optické soustavy použité k měření.

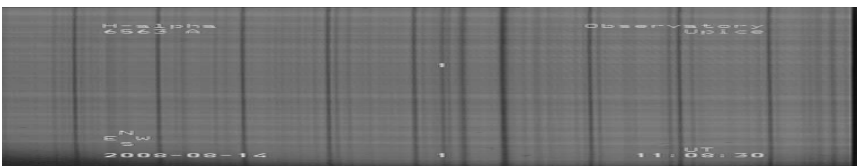
Na obrázku 2 je znázorněno schéma použité optické soustavy. Zrcadla celostatu Z1 a Z2 přivádí světlo na objektiv obj1, který Slunce zobrazí na štěrbinu S. Kolimační objektiv, obj2, vytvoří kolimovaný svazek světla nutný pro správnou funkci Šolcova filtru SF (p1, p2 jsou vstupní a výstupní polarizátory). Svazek pak dopadá na mřížku M, která světlo rozloží do spektra. Objektiv, obj3, pak zaznamená na CCD spektrum obrazu štěrbinu S. Pro odfiltrování infračerveného spektra je použit infračervený filtr IRF.

Pro rozložení světla do spektra byla použita mřížka o 1200 vrypech/mm. Disperze mřížky je v závislosti na vlnové délce uvažována jako nelineární [8] podle rovnice

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta S} = \frac{d}{nf} \cos \left\{ \arcsin \left(\frac{n\lambda}{2d \cos \varepsilon} \right) - \varepsilon \right\}, \quad (2)$$

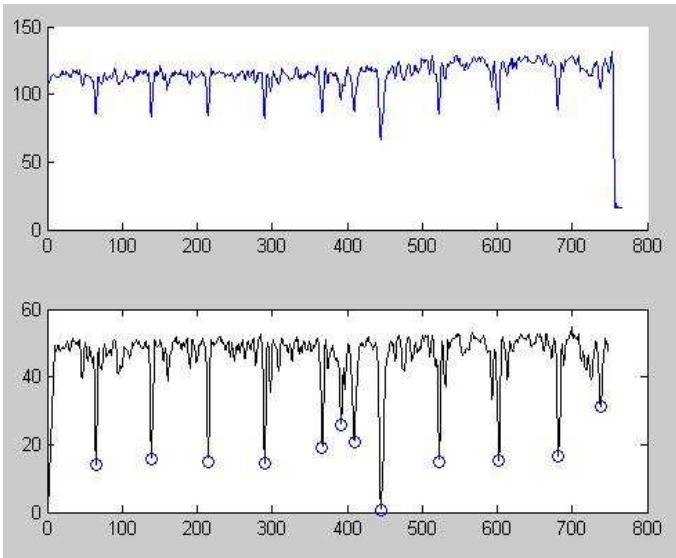
kde $\Delta\lambda$ je rozdíl určitých vlnových délek, ΔS je geometrická vzdálenost odpovídající rozdílu vlnových délek $\Delta\lambda$, d je mřížková konstanta, n je řád mřížky, f ohnisková vzdálenost zobrazujícího objektivu a ε je úhel difrakce. Grafické znázornění disperze mřížky je uvedeno na obrázku 3. Fialová křivka představuje disperzní závislost pro hodnoty námi použité optické soustavy. Žlutá křivka představuje hodnoty určené J. Klimešem [6].

Pro záznam spektra byla použita CCD s 8-bitovým snímačem o rozlišení 768 x 576 pixelu a spektrální citlivostí od 390 – 1100 nm. Na obrázku 4 je znázorněno zaznamenané spektrum v oblasti manganového tripletu. Sluneční spektrum je zde proloženo kanálovým spektrem zkoumaného dvojlomného filtru.



Obrázek 3: Záznam spektra v oblasti manganového tripletu. Sluneční spektrum je proloženo kanálovým spektrem Šolcova filtru.

Obrazy z kamery je potřeba dále vhodně zpracovat a zjistit polohy propustí kanálového spektra měřeného filtru. Zjištění těchto poloh spočívá v jejich kalibraci na známe polohy absorpčních čar slunečního spektra. Horní část obrázku 5 znázorňuje jasové hodnoty z jednoho řádku CCD kamery. Pro potlačení šumu kamery se využívá průměrování dat z několika horizontálních řádků a celý graf se nakonec narovná do roviny pomocí regresní přímky (viz. spodní část obrázku 5). Pro přesnější zjištění poloh minim je využito proložení pomocí paraboly vrcholem minima, spolu se dvěma sousedními body. Tímto způsobem bylo dosaženo zpřesnění poloh propustí filtru na desetiny pixelu čipu CCD.



Obrázek 4: Horní část: Hodnoty jasů z jednoho řádku CCD snímače. Dolní část: Potlačení šumu je provedeno sečtením několika řádků.

Pomocí známé polohy slunečních absorpčních čar [9] jsme získali polohy minim filtru. K určení měřítka našeho grafu bylo využito vztahu (2), pomocí kterého získáme spektrální velikost jednoho pixelu p . K určení polohy λ_N jednotlivých propustí filtru využijeme spektrální polohy některé z výrazných čar slunečního spektra (λ_c) a následující rovnice:

$$\lambda_N = (c - m) \cdot p + \lambda_c, \quad (3)$$

kde c je poloha absorpční čáry na CCD v jednotkách pixelů a m je poloha propustí filtru na CCD též v pixelech. Tímto způsobem získáme spektrální polohy všech měřených propustí filtru pro všechny měřené teploty.

Dalším krokem k získání disperzní a teplotní závislosti $M(\lambda, T)$ je určení řádů k (viz. vzorec 1) jednotlivých propustí filtru. K tomu s výhodou využijeme disperzního vzorce křemene získaného Šolcem [1]:

$$M_{22^\circ\text{C}}(\lambda) = 119.27\lambda + 5\log(\lambda - 0.15) + 0.5\lambda^{4.5} + \frac{5.85}{1 + 1.6\lambda^2} - 7.59. \quad (4)$$

Daný vzorec se vztahuje pouze na teplotu 22°C , při které se krystal křemene opracovává. Je nutné pro reálné teploty T přepočítat vlnovou délku pomocí vztahu [1]:

$$\Delta\lambda(T) = -\lambda \cdot 10^{-5} [5.5\log(\lambda - 0.12) + 12.3] \cdot (T - 22^\circ\text{C}). \quad (5)$$

Rovnice pro řád k_T hledané propustí filtru naladěného na určitou teplotu T potom uvažujeme ve tvaru:

$$k_T = \frac{d}{M_{22^\circ\text{C}}(\lambda + \Delta\lambda(T))} \quad (6)$$

Řád pro dané maximum zaokrouhlíme k nejbližší polovině celého čísla (0.5, 1.5, 2.5, atd.). Zaokrouhlený řád k_T vložíme zpět do rovnice pro jednotkovou tloušťku:

$$M_T(\lambda) = \frac{d}{k_T} \quad (7)$$

Tímto způsobem určíme $M_T(\lambda)$ všech propustí filtru pro jednotlivé teploty. Uvažujme nyní křivky $M_{35^\circ\text{C}}(\lambda)$ a $M_{40^\circ\text{C}}(\lambda)$. Nyní budeme hledat pro křivku $M_{40^\circ\text{C}}$ takovou vlnovou délku „ $\lambda_{40^\circ\text{C}} + \Delta\lambda_{40^\circ\text{C}}$ “, aby byla splněna rovnice

$$M_{35^\circ\text{C}}(\lambda) - M_{40^\circ\text{C}}(\lambda_{40^\circ\text{C}} + \Delta\lambda_{40^\circ\text{C}}) = 0. \quad (8)$$

Pro $\Delta\lambda_{40^\circ\text{C}}$ pak platí

$$\Delta\lambda_{40^\circ\text{C}} = \lambda - \lambda_{40^\circ\text{C}}. \quad (9)$$

Analogicky i pro ostatní teploty. Pro výpočet filtru je výhodnější určit jednotkovou změnu $\Delta\lambda_{35^\circ\text{C}-T}$, tedy o kolik se změní $\lambda_{35^\circ\text{C}}$ při změně teploty o 1°C . Vydělíme jednotlivé $\Delta\lambda_T$ rozdílem teplot, tedy například pro naši $\Delta\lambda_{40^\circ\text{C}}$

$$\Delta\lambda_{35^\circ\text{C}-40^\circ\text{C}} = \frac{\Delta\lambda_{40^\circ\text{C}}}{5}. \quad (10)$$

Analogicky pro všechny ostatní teploty. Získané křivky proložíme jejich mediánem, který označíme $\Delta\lambda_{35^\circ\text{C}-T}$.

Ve výsledku tak dostáváme disperzní a teplotní charakteristiku $M(\Delta\lambda_{35^\circ\text{C}-T}(T), \lambda)$.

Výsledky měření

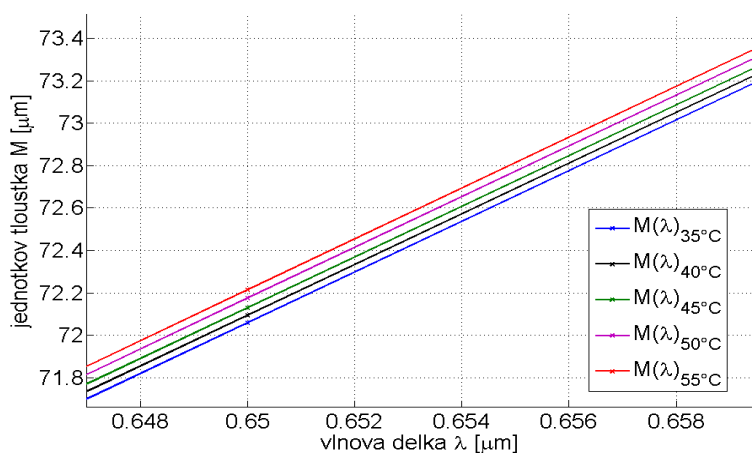
Zpracování měřených dat pomocí metod popsaných v 2. kapitole (rovnice 1 až 7) vede na rovnice jednotlivých jednotkových tloušťek $M_{35^\circ\text{C}}(\lambda)$ až $M_{55^\circ\text{C}}(\lambda)$ popsaných polynomem 5. stupně

$$M_T(\lambda) = p_1\lambda^5 + p_2\lambda^5 + p_3\lambda^5 + p_4\lambda^5 + p_5\lambda^5 + p_6, \quad (11)$$

kde jednotlivé koeficienty pro měřené teploty jsou shrnuty v tabulce 1. Graficky znázorněny jsou na obrázku 6 (pro přehlednost pouze pro malý úsek vlnových délek).

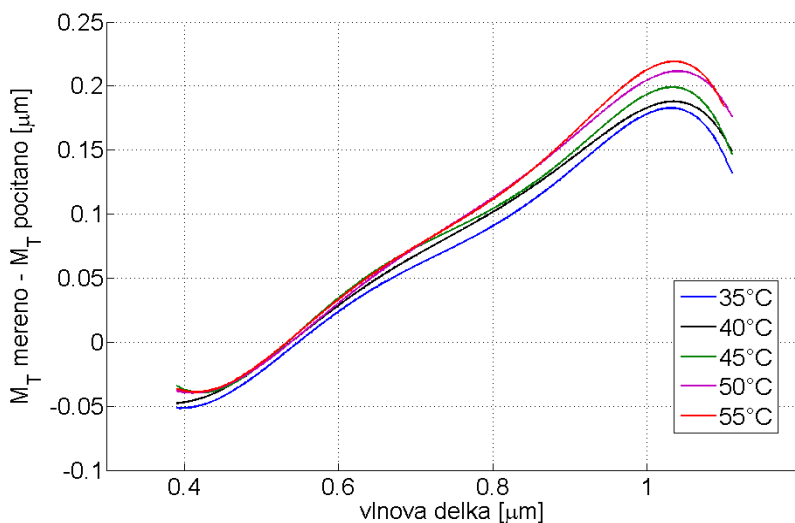
Tabulka 1: Koeficienty polynomů jednotkových tloušťek $M_T(\lambda)$ pro teploty T 35°C až 55°C.

	$M_{35^\circ\text{C}}(\lambda)$	$M_{40^\circ\text{C}}(\lambda)$	$M_{45^\circ\text{C}}(\lambda)$	$M_{50^\circ\text{C}}(\lambda)$	$M_{55^\circ\text{C}}(\lambda)$
p1	4,09E+001	3,48E+001	4,70E+001	3,65E+001	4,32E+001
p2	-1,56E+002	-1,35E+002	-1,81E+002	-1,42E+002	1,65E+002
p3	2,42E+002	2,12E+002	2,79E+002	2,23E+002	2,56E+002
p4	-1,87E+002	-1,67E+002	-2,15E+002	-1,77E+002	1,98E+002
p5	1,92E+002	1,86E+002	2,02E+002	1,89E+002	1,96E+002
p6	-1,68E+001	-1,61E+001	-1,83E+001	-1,66E+001	1,75E+001



Obrázek 5: Série měření jednotkové tloušťky $M_T(\lambda)$ krystalického křemene na různých teplotách

Na obrázku 7 jsou znázorněny odchylky měřených hodnot $M_T(\lambda)$ od hodnot vypočítaných podle Šolcova vzorce z publikace [1] (viz. rovnice 4 a 5).



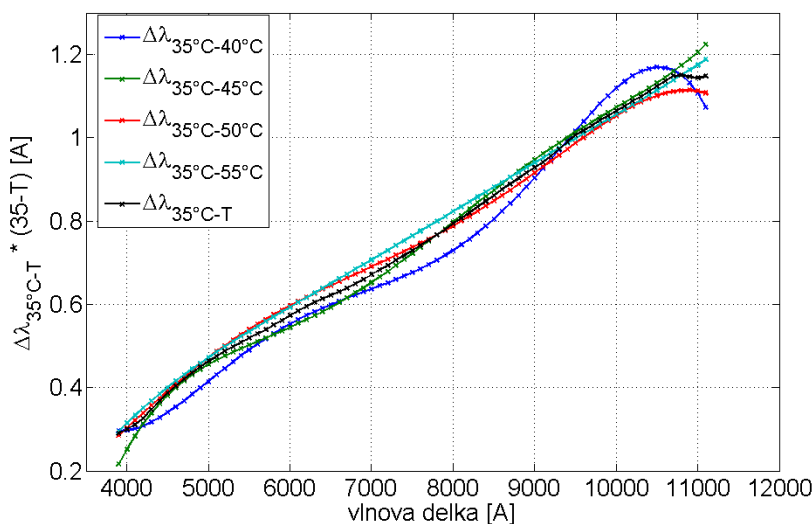
Obrázek 6: Odchylky měřených jednotkových tloušťek $M_T(\lambda)$ od jednotkových tloušťek počítaných podle Šolcova vzorce.

Dle rovnic (8) až (10) získáme křivky $\Delta\lambda_{35^\circ\text{C}-40^\circ\text{C}}$ až $\Delta\lambda_{35^\circ\text{C}-55^\circ\text{C}}$, které jsou znázorněny na obrázku 8. Jejich medián, $\Delta\lambda_{35^\circ\text{C}-T}(T)$, popisuje, o kolik musíme změnit vlnovou délku dosazovanou do vzorce pro jednotkovou tloušťku $M_{35^\circ\text{C}}(\lambda)$, pokud uvažujeme operační teplotu T filtru různou od 35°C . Křivka je popsána opět polynomem 5. stupně

$$\Delta\lambda(T) = (p_1\lambda^5 + p_2\lambda^5 + p_3\lambda^5 + p_4\lambda^5 + p_5\lambda^5 + p_6)(35-T), \quad (12)$$

kde koeficienty p_1 až p_6 nabývají hodnot

$$p_1 = -6.22\text{E-}4, \quad p_2 = 1.35\text{E-}3, \quad p_3 = -4.30\text{E-}4, \quad p_4 = -8.41\text{E-}4, \quad p_5 = 8.14\text{E-}4, \quad p_6 = -1.62\text{E-}4.$$



Obrázek 7: Změna vlnové délky s teplotou, kterou je nutné započítat při výpočtu

jednotkové tloušťky M .

Výsledná teplotní a disperzní charakteristika křemene je ve formě $M(\lambda + \Delta\lambda_{35^\circ\text{C}-T}(T))$, kdy dosazovanou vlnovou délku korigujeme vůči uvažované operační teplotě filtru. Konkrétní rovnice jsou následující

$$M_T(\bar{\lambda}(T)) = p_1\bar{\lambda}^5 + p_2\bar{\lambda}^4 + p_3\bar{\lambda}^3 + p_4\bar{\lambda}^2 + p_5\bar{\lambda} + p_6,$$

s koeficienty

$$p_1 = 4.09\text{E+}1, \quad p_2 = -1.56\text{E+}2, \quad p_3 = 2.42\text{E+}2, \quad p_4 = -1.87\text{E+}2, \quad p_5 = 1.92\text{E+}2, \quad p_6 = -1.68\text{E+}1.$$

$$\bar{\lambda}(T) = \lambda + \Delta\lambda(T),$$

kde

$$\Delta\lambda(T) = (p_1\lambda^5 + p_2\lambda^5 + p_3\lambda^5 + p_4\lambda^5 + p_5\lambda^5 + p_6)(35-T).$$

s koeficienty

$$p_1 = -6.22\text{E-}4, \quad p_2 = 1.35\text{E-}3, \quad p_3 = -4.30\text{E-}4, \quad p_4 = -8.41\text{E-}4, \quad p_5 = 8.14\text{E-}4, \quad p_6 = -1.62\text{E-}4$$

Diskuse

Porovnání křivek jednotkové tloušťky získaných pomocí měření a počítaných pomocí vzorce získaného Dr. Šolcem se mírně liší. Tento rozdíl by ve svém důsledku vedl k nepřesnému návrhu dvojlomných filtrů. Tuto nepřesnost je možné u jednoduchých filtrů, které se používají pro pozorování pouze na jediné vlnové délce, doladit změnou pracovní teploty. Avšak pro filtry, které jsou navrhované pro dvě a více astronomicky zajímavých čar zároveň, tento způsob nelze prakticky použít. Zpřesnění disperzní a teplotní charakteristiky je tedy zásadní pro návrh těchto filtrů. Inverzní úloha, kdy se naopak tyto závislosti používají pro ladění takovýchto filtrů, vyžaduje také vysokou přesnost, kterou uvedené zajišťují. Publikace [11] uvádí, že disperzní závislost se může mírně měnit s nalezištěm daného materiálu. Tento fakt by mohl vysvětlovat rozdíl našeho měření vůči Šolcovu.

Měření teplotní a disperzní charakteristiky krystalického křemene bylo prováděno v rozmezí teplot 35°C až 55°C . Dvojlomný řetězový filtr Šolcova typu vyvíjený ve VOD a OD ÚFP bude laditelný v teplotním rozsahu 10°C až 60°C [10]. Důvodem pro měření v menším teplotním rozsahu byla nepřízeň počasí, která nedovolila měření v celkovém uvažovaném rozsahu. Pro celkovou znalost disperzní a teplotní závislosti, pro možnost správného ladění uvažovaného prototypu filtru, by tato měření měla být dokončena.

Závěr

Článek se zabývá vysoce přesným určením teplotní a disperzní charakteristiky krystalického křemene v rozmezí teplot 35°C až 55°C a vlnových délek 390 až 1100 nm. Tento materiál byl využit Vývojovou optickou dílnou pro výrobu prototypu laditelného dvojlomného filtru Šolcova typu. Získané závislosti budou sloužit k přesnému nastavení filtru na konkrétní astronomicky zajímavé vlnové délky.

Práce je řešena jako dílčí část úkolu „Podpora projektů cíleného výzkumu AV ČR“, projekt 1SQ100820502.

Literatura

1. ŠOLC, I.: Disperzní relace dvojlomu křemene a vápence, *Jemná mechanika a optika*, 1984/2 s. 43-48.
2. GRAY, E.D.: *American Institute of Physics Handbook*, McGraw-Hill Book Company, New York 1972
3. VORONKOVA, E.M.: *Optičeskije materiály dlja infrakrasnoj těchniky*, Nauka, Moskva 1965
4. MELICH, R., MELICH, Z., ŠOLC, I.: Řetězový filtr pro více astronomicky zajímavých spektrálních čar., *Zborník referátov z 18. celoštátneho slnečného seminára.*, Hurbanovo : Slovenská ústredná hvězdárň, 2006, (editor: Dorotovič, I.)
5. MELICH, R., MELICH, Z., ŠOLC, I.: Šolc birefringent filter for several interesting spectral lines., *Proceedings of the Physics of Chromospheric Plasma*, 2007, editors: Heinzl, P.; Dorotovič, I.; Rutten, R., str. 621-625.
6. MELICH, R.: Měření základních materiálových charakteristik propustnosti řetězového filtru, *Sborník konference Člověk ve svém pozemském a kosmickém prostředí, Hvězdárna v Úpici, Úpice 2006*, s.38-51.
7. <http://www.thermo.com/com/cda/product/detail/0.1055.1000000013863.00.html>
8. MAESSEN, F.J.M.J. AND TIELROOIJ, J.A.: Dispersion of grating monochromators, *Fresenius Z. Anal. Chem.*, Springer-Verlag, 1986, str. 490
9. http://bass2000.obspm.fr/solar_spect.php
10. MELICH, Z.: Program podpory cíleného výzkumu AV ČR, projekt 1SQ10085050, AV ČR, 2005.
11. SKOMOROVSKY, V.I.: Advance of design and technology of birefringent filters, *Proc. SPIE*, 2265, pp. 413- 421, 1994.